

$$g = 1 - \sqrt{\frac{8p\gamma}{c^6 \mu_0} \frac{e}{4\pi \epsilon_0 r}}$$

$$a = \sqrt{\frac{\gamma e^2}{2\pi c^4 \epsilon_0}}$$

$$a = \sqrt{10^{-71}} = 10^{-36}$$

$$\frac{a}{L_p} = \sqrt{\frac{\gamma e^2 c^3}{2\pi c^4 \epsilon_0 \hbar \gamma}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 \hbar c}}$$

$$a = \sqrt{2} \sqrt{\alpha} L_p$$

$$\hat{g} = -\frac{\sqrt{2} \sqrt{\alpha} L_p}{L_p} \cdot e^{-\sqrt{2} \sqrt{\alpha} L_p / L_p}$$

$$\hat{g} = -\sqrt{2} \sqrt{\alpha} \cdot e^{-\sqrt{2} \sqrt{\alpha}} = 0,10706$$

$$\hat{g}(L) = -\sqrt{2} \sqrt{\alpha} \cdot e^{-\sqrt{2} \sqrt{\alpha}} = 0,10706$$

Eine Strukturtheorie auf Basis von Gravitationsradien von Elementarteilchen erscheint aussichtslos. Besonders, falls die Raumzeit auf Basis der Plancklänge quantisiert ist. Man müsste die Comptonwellenlänge als neues Maß für gravitative Vorgänge umdeuten.

$$\lambda'_C = \frac{\hbar}{mc}$$

$$\lambda'_C mc = \hbar = \text{invariant}$$

$$\lambda'_C m = \frac{\hbar}{c} = \text{invariant}$$

$$\frac{\lambda'_C}{c^2} \int_0^\infty 4\pi \cdot w(r, \theta, \varphi) r^2 dr = \frac{\hbar}{c} = \text{invariant}$$

$$\lambda'_C \int_0^\infty 4\pi \cdot w(r, \theta, \varphi) r^2 dr = \hbar c$$

$$\lambda'_C \int_0^\infty 4\pi \cdot \frac{c^4}{8\pi\gamma} \cdot G_{00}(r, \theta, \varphi) r^2 dr = \hbar c$$

$$\lambda'_C \int_0^\infty 4\pi \cdot G_{00}(r, \theta, \varphi) r^2 dr = 8\pi \frac{\hbar\gamma}{c^3}$$

$$\lambda'_C \int G_{00}(r, \theta, \varphi) \cdot \sqrt{g_{rr} g_{\theta\theta} g_{\varphi\varphi}} dr \cdot d\theta \cdot d\varphi = 8\pi \frac{\hbar\gamma}{c^3} = 8\pi \cdot L_p^2$$

Dieses Integral muss in endlichem Abstand r oder spätestens im Unendlichen gegen immer denselben Grenzwert gehen! Eine Sigmoid-Funktion kann dies z.B. leisten. Das volle Vierer-Integral korrespondiert dann eindeutig mit der linearen Quantenmechanik über:

$$\int_{V_4} G_{00}(r, \theta, \varphi) \cdot \sqrt{-\det(g)} dr \cdot d\theta \cdot d\varphi \cdot c \cdot dt = 8\pi \frac{\hbar\gamma}{c^3} = \int_t 4\pi \cdot 2 \cdot L_p^2 \cdot k_0$$

Der letzte Ausdruck $2L_p^2 k_0$ ist gerade der Schwarzschildradius eines Elementarteilchens. Der Comptonradius ist nur ein anderes Maß für die Ruhmasse eines Teilchens. Der Ausdruck im Integral muss somit in Zeit und Raum endlich sein, um endliche Lösungen zu liefern.

Mit einer räumlichen Punktsymmetrie (Schwarzschild-Metrik) folgt dann:

$$\int_t \int_V G_{00}(r) \cdot \sqrt{g_{rr}} \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot dr \cdot \sqrt{-g_{00}} c \cdot dt = 8\pi \frac{\hbar\gamma}{c^3} = 4\pi \cdot 2 \cdot L_p^2$$

$$\int_t \int_V G_{00}(r) \cdot \sqrt{g_{rr}} \cdot r^2 \cdot dr \cdot \sqrt{-g_{00}} c \cdot dt = 2 \cdot L_p^2$$

Die Determinante der Metrik wird nun unabhängig von Raum und Zeit, sofern Radial-Anteil und Zeit-Anteil immer invers zueinander ausfallen.

$$\int_t \int_V G_{00}(r) \cdot r^2 \cdot dr \cdot c \cdot dt = 2 \cdot L_p^2$$

Im Zusammenhang mit quantenmechanischen Ausdrücken kann man diesen Ausdruck verallgemeinern. Denn räumliche Ableitungen sind vollkommen analog zu zeitlichen und führen auf allgemeine Impulse.

$$\int_x \int_V G_{00}(r) \cdot r^2 \cdot dr \cdot dx = 2 \cdot L_p^2$$

$$\int_V G_{0\mu}(r) \cdot r^2 \cdot dr = \int_V G_{\mu 0}(r) \cdot r^2 \cdot dr = \frac{\partial}{\partial x^\mu} 2 \cdot L_p^2 = R_S \sim p_\mu$$

Die Ableitungen nach x^μ sind energetische Eigenwert-Vektoren. Der Zusammenhang ist hier nur gültig, wenn beide Seiten der Funktion ein lineares Grundverhalten aufweisen.

Der typische, einfach inverse Zusammenhang in der Quantenmechanik wäre hier die lineare Approximation für große Abstände r bzw. große Wellenlängen. Der resultierende Schwarzschildradius ist wie erwartet immer kleiner als die Plancklänge, es sei denn, der Abstand dx ist gerade die Plancklänge. Für makroskopische Massen ist der Ansatz dann nicht mehr anwendbar.

Lineare Approximation für hinreichend große Wellenlängen :

$$G_{00}(r) = \frac{2 \cdot L_p^2}{\lambda_C^4} = 2 \cdot L_p^2 \cdot k_0^4 = \text{div}(g_{00}) \sim \frac{\partial^2 g_{00}}{\partial r^2}$$

Die Metrik muss allgemein mit $1/r^2$ fallen um die Approximation zu erfüllen. Damit ist eine Grenzfunktion:

$$g_{00}(r \gg L_p) = 1 - \frac{C_{lin}}{r^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \frac{C_{lin}}{r^2} = \frac{1}{r^4} \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \\ 2z \end{pmatrix}$$

$$div \frac{C_{lin}}{r^2} = \frac{6C_{lin}}{r^4} + \frac{-8C_{lin}}{r^4}$$

$$div \frac{C_{lin}}{r^2} = \frac{-2C_{lin}}{r^4}$$

$$G_{00}(r)r^3 = -2 \cdot \frac{L_p^2}{r} = \left(r^3 2 \frac{-C_{lin}}{r^4} \right)$$

$$-2 \cdot \frac{L_p^2}{r} = 2 \frac{-C_{lin}}{r}$$

$$-2 \cdot \frac{L_p^2}{r} = -\frac{2C_{lin}}{r}$$

$$C_{lin} = L_p^2$$

Der Ansatz geht offensichtlich nur auf, wenn die Planckfläche als invariantes Maß die Geometrie entscheidend prägt!

Nun geht es in der Quantenmechanik immer um lineare Wellenfunktionen und auch im Einsteintensor tritt hier ausschließlich eine Wellenzahl auf. Kann eine Wellenfunktion die Approximation erfüllen, unter der Annahme, dass das Feld im reellen Raum abklingt? (imaginäre Wellenzahl) (rot: finde den Fehler bei Bestimmung der Divergenz nicht.. rot ist ganz unten null! Numerisch geprüft!)

$$G_{00}(r) = -\frac{2 \cdot L_p^2}{\lambda_c'^4} = -2 \cdot L_p^2 \cdot k_0^4 = div(g_{00}) \sim \frac{\partial^2 g_{00}}{\partial r^2}$$

$$g_{00} = -L_p^2 k^2 e^{i\omega t - kr}$$

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} g_{00} = \frac{1}{2} \frac{L_p^2 k^3}{r} e^{i\omega t - kr} \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \\ 2z \end{pmatrix} = \frac{L_p^2 k^3}{r} e^{i\omega t - kr} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$div(g_{00}) = -3 \frac{-L_p^2 k^3}{r} e^{i\omega t} - (x^2 + y^2 + z^2) \frac{L_p^2 k^4}{r^2} e^{i\omega t - k} - (-3) \frac{L_p^2 k^3}{r^3} e^{i\omega t - k} r^2$$

$$div(g_{00}) = 2 \frac{L_p^2 k^3}{r} e^{i\omega t - kr} - L_p^2 k^4 e^{i\omega t - kr}$$

$$R_s = \int -L_p^2 k^4 e^{i\omega t - kr} \cdot r^2 \cdot dr = L_p^2 (k^3 r^2 + 2k^2 r + 2k) e^{-kr}$$

$$R_s = 2L_p^2 k e^{-0}$$

Das Feld bleibt endlich und geht zentral gegen ein globales Maximum vom exakten Betrag $2L_p^2 k$!

Nun muss die quadratische Wellenzahl bereits in der Metrik auftreten. Man könnte nun dies dahingehend interpretieren, dass die Metrik eine abgeleitete Funktion darstellt. Ein Vierbein-Formalismus bietet sich an, eine Stamm-Funktion zu bestimmen:

$$\sqrt{g_{00}} = e_0 = \sqrt{1 - L_p^2 k^2 e^{i\omega t - kr}}$$

$$e_0 = 1 - de \rightarrow (1 - de)^2 \rightarrow (1 - 2de + de^2) \approx (1 - de^2)$$

$$de_0 = L_p k e^{i\frac{1}{2}\omega t - \frac{1}{2}kr}$$

Nun lässt sich ein N-Bein tatsächlich durch kovariante Ableitung eines Ortsvektors gewinnen, bzw. ganz allgemein von Geodäten.

$$e_\mu^i = \frac{\partial}{\partial x^i} R_\mu$$

Dann kann die Störung der zeitartigen Metrik als Störung eines diskreten Raumes mit einer gewissen Dynamik beschrieben werden: Ein Raum sei ganz einfach auf Basis von Abständen diskretisiert. Punkte liegen jeweils eine Plancklänge auseinander. Um die beschriebene Metrik zu interpretieren muss nun davon ausgegangen werden, dass diese Punkte um ihre „Ruhelage“ schwingen können. Die Metrik folgt dann – und nur dann! – wenn die relativen Abstände von Punkt zu Punkt zu einer Phasenverschiebung führen:

$$e_\mu^i = \frac{\partial}{\partial x^i} L_p \cdot \left(i \left(n + e^{i\frac{1}{2}\omega t - i\frac{1}{2}k_0 r^0 - \frac{1}{2}kr} \right) \right)_{N_r}$$

$$e_0^0 = i \frac{L_p}{L_p} - L_p i \left(i \frac{1}{2} k_0 \right) e^{i\frac{1}{2}\omega t - i\frac{1}{2}k_0 r^0 - \frac{1}{2}kr}$$

$$e_0^0 = i - i \left(i \frac{1}{2} L_p k_0 \right) e^{i\frac{1}{2}\omega t - i\frac{1}{2}k_0 r^0 - \frac{1}{2}kr}$$

Da nun imaginäre Faktoren eine Rolle spielen muss die Metrik aus Produkt von komplexer und konjugiert komplexer Zahl folgen.

$$e_0^0 e_0^{0*} = i \left(1 - i \left(\frac{1}{2} L_p k_0 \right) e^{i\frac{1}{2}\omega t - i\frac{1}{2}k_0 r^0 - \frac{1}{2}kr} \right) * i \left(1 + i \left(\frac{1}{2} L_p k_0 \right) e^{i\frac{1}{2}\omega t - i\frac{1}{2}k_0 r^0 - \frac{1}{2}kr} \right)$$

$$g_{00} = e_0^0 e_0^{0*} = - \left(1 - \left(\frac{1}{2} L_p k_0 \right)^2 e^{i\omega t - ik_0 r^0 - kr} \right)$$

Um den Ansatz für die Metrik exakt zu erfüllen, muss der Störterm des Vierbein-Ansatzes reskaliert werden:

$$e_{\mu}^i = \frac{\partial}{\partial x^i} L_p \cdot \begin{pmatrix} i \left(n + 2e^{i\frac{1}{2}\omega t - i\frac{1}{2}k_0 r^0 - \frac{1}{2}kr} \right) \\ N_r \end{pmatrix}$$

Der einfachste Weg bewegte Masse zu beschreiben, führt nun über die vierdimensionale Ränderung $G_{0\mu}=G_{\mu 0}$ des Energie-Impuls-Tensors. Die korrespondierenden metrischen Komponenten sind aufgrund der linearen Näherung gerade die $g_{0\mu}=g_{\mu 0}$. Diese folgen im N-Bein-Formalismus aus dem sowohl longitudinal wie transversal gestörten zeitlichen Basis-Vektor. Dieser kann aber nur folgen, wenn alle Ortskomponenten von der Zeit abhängen, also dynamisch sind. Da hier alle Basis-Vektoren aus demselben Ortsvektor abgeleitet sind, sind aber auch die räumlichen Ableitungen gegeben. Das ist jetzt entscheidend! Nur dann folgen von Null verschiedene Metriken $g_{0\mu}$.

$$e_{\mu}^i = \frac{\partial}{\partial x^i} L_p \cdot \begin{pmatrix} i \left(n_t + 2e^{i\frac{1}{2}\omega_0 t - i\frac{1}{2}k_{\mu} x^{\mu} - \frac{1}{2}kr} \right) \\ \left(n_r + 2e^{i\frac{1}{2}\omega_{\mu} t - i\frac{1}{2}k_{\mu} x^{\mu} - \frac{1}{2}kr} \right) \end{pmatrix}$$

Hierbei soll r nun ein Abstand im Unterraum senkrecht zur Bewegungsrichtung sein, in dem die Funktion abfällt. Es lässt sich direkt ablesen, dass auch die räumlichen Basisvektoren gestört sein müssen, damit der Ansatz funktioniert. Jetzt folgt allgemein:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{ij} e_{\mu}^i e_{\nu}^j = -e_{\mu}^0 e_{\nu}^0 + e_{\mu}^1 e_{\nu}^1 + e_{\mu}^2 e_{\nu}^2 + e_{\mu}^3 e_{\nu}^3$$

$$g_{\mu\nu} \sim -\omega_{\mu} \omega_{\nu} + k_{\mu}^1 k_{\nu}^1 + k_{\mu}^2 k_{\nu}^2 + k_{\mu}^3 k_{\nu}^3$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} g_{00} \sim \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(-\omega_0^2 + k_0^1{}^2 + k_0^2{}^2 + k_0^3{}^2 \right)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} g_{00} \sim \left(-\omega_0^4 + k_0^1{}^4 + k_0^2{}^4 + k_0^3{}^4 \right)$$

$$\int_V \frac{\partial^2}{\partial x^2} g_{00} \sim \left(-\omega_0 + k_0^x + k_0^y + k_0^z \right)$$

$$\int_V \frac{\partial^2}{\partial x^2} g_{0\mu} \sim \left(-\omega_0 \omega_{\mu} + k_0^x k_{\mu}^x + k_0^y k_{\mu}^y + k_0^z k_{\mu}^z \right)$$

Vereinfacht wird eine Summe linearer Terme erwartet. Soll nun das Betragsquadrat bestimmt werden, kommt es zu unerwünschten Mischtermen in allen Impulsen.

Wie sind nichtlineare Grenzwerte bestimmbar? Einfach inverse Funktionen gehen nun für hinreichend kleine Abstände immer gegen Unendlich. Anhand der gegebenen Bedingungen muss die Funktion nun aber für kleinste Abstände zunehmen, jedoch immer endliche Steigungen liefern! Ist die Grenze gleichzeitig die Grenze der Metrik am Schwarzschildradius so müsste gelten:

$$\widehat{g_{00}} = 1 - \frac{L_p^2}{L_p^2} = 0$$

$$R_S = L_p$$

Das bedeutet ein Grenzwert entspricht der Planckmasse. Das kann nicht mehr linear gelöst werden, denn die Krümmung erreicht Werte, die dem Inversen der Planckfläche entsprechen. Soll die lineare Wellenfunktion ein Grenzfall bleiben, dann kann die abgeleitete Metrik einfach übernommen werden. Nun werden jedoch alle Komplikationen der vollen Tensorrechnung in Betracht gezogen:

$$g_{00} = -1(1 - L_p^2 k^2 e^{i\omega t - k r})$$

$$g_{rr} = 1/(1 - L_p^2 k^2 e^{i\omega t - k r})$$

$$g^{\mu\nu} = \text{diag}\left(\frac{1}{g_{00}}, \frac{1}{g_{11}}, \frac{1}{r^2}, \frac{1}{r^2 \cdot \sin(\theta)^2}\right)$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^k = \frac{1}{2} g^{km} (g_{vm;\mu} + g_{\mu m;v} - g_{\mu\nu;m})$$

$$R_{\mu\nu}^k = \Gamma_{\mu\nu;l}^k - \Gamma_{\mu l;\nu}^k + \Gamma_{\mu\nu}^a \Gamma_{al}^k - \Gamma_{\mu l}^a \Gamma_{av}^k$$

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu k \nu}^k$$

$$R = R_{\nu}^b = g^{ab} R_{bv}$$

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi\gamma}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Der Wert G_{00} im Einstein-Tensor laut Maxima:

$$G_{00} = \frac{\left((L^2 K^3 r - L^2 k^2) e^{-kr} (L^2 k^2 e^{-k} - 1)\right)}{r^2} = \frac{8\pi\gamma}{c^4} T_{00}$$

$$\dot{R}_S = \int G_{00}(r) \cdot \sqrt{g_{rr}} \cdot r^2 \cdot dr$$

$$\dot{R}_S = \int \frac{\left((L^2 k^3 r - L^2 k^2) e^{-k} (L^2 k^2 e^{-k} - 1)\right)}{\sqrt{1 - L^2 k^2 \cdot e^{-k}}} \cdot dr$$

$$\frac{2 \left(-3 \ln \left(\left| e^{-\frac{kr}{2}} \sqrt{e^{kr} - L^2 k^2} - 1 \right| \right) + 3 \ln \left(e^{-\frac{kr}{2}} \sqrt{e^{kr} - L^2 k^2} + 1 \right) - \left(kx + \ln(L^2 k^2) + \ln \left(\frac{1}{L^2 k^2} \right) \right) - 1 \right) e^{-\frac{3kr}{2}} \cdot (e^{kr} - L^2 k^2)^{\frac{3}{2}} - 6 e^{-\frac{kr}{2}} \sqrt{e^{kr} - L^2 k^2}}{9k}$$

Die Betrachtung des Diagramms führt auf endliche Grenzwerte. Das Integral muss für Radien weit größer als die angesetzte Wellenlänge abgebrochen werden. Im Diagramm wird das numerische

Integral etwa bei 32,5facher Wellenlänge instabil! Es wird aber schon hinreichend konstant ab ca. 10facher Wellenlänge.

$$e^{-10} = 4,54E - 5$$

$$-kr = -32,5$$

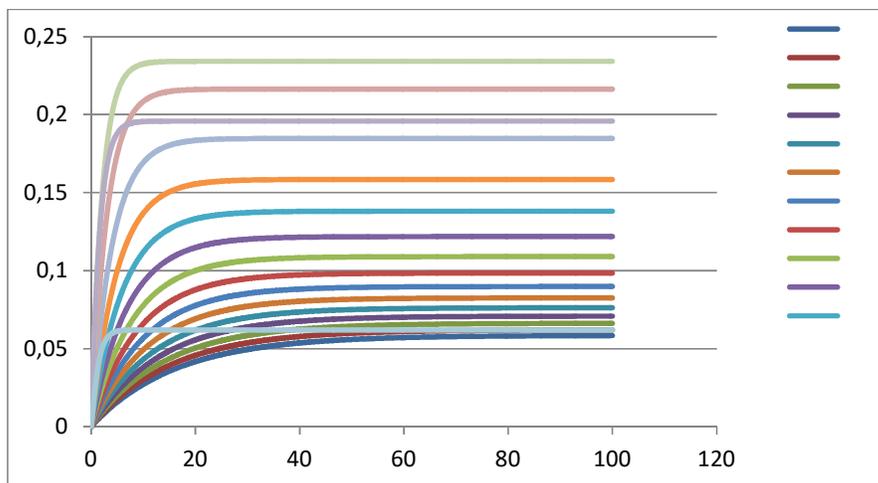
$$r = \lambda'_c 32,5$$

$$\dot{R}_S = \frac{2 \left(-3Ln \left(e^{-\frac{m}{2}\sqrt{e^m - L^2 k^2}} - 1 \right) + 3Ln \left(e^{-\frac{m}{2}\sqrt{e^m - L^2 k^2}} + 1 \right) - \left(3 \left(m + \ln(L^2 k^2) + \ln \left(\frac{1}{L^2 k^2} \right) \right) - 1 \right) e^{-\frac{3m}{2}} (e^m - L^2 k^2)^{3/2} - 6e^{-\frac{m}{2}\sqrt{e^m - L^2 k^2}} \right)}{9k}$$

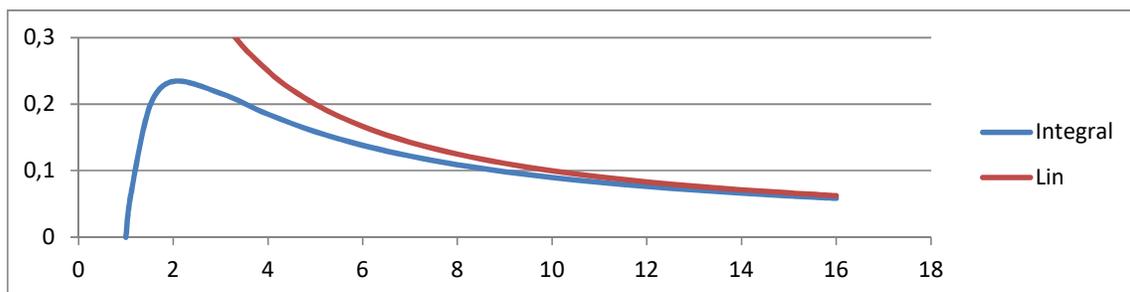
$$\dot{R}_S = \frac{2 \left(-3Ln(\sqrt{1 - e^{-m} L^2 k^2} - 1) + 3Ln(\sqrt{1 - e^{-m} L^2 k^2} + 1) - \left(3 \left(m + \ln(L^2 k^2) + \ln \left(\frac{1}{L^2 k^2} \right) \right) - 1 \right) (1 - e^{-m} L^2 k^2)^{3/2} - 6\sqrt{1 - e^{-m} L^2 k^2} \right)}{9k}$$

$$\dot{R}_S = \frac{2 \left(-3Ln(\sqrt{1 - e^{-m} L^2 k^2} - 1) + 3Ln(\sqrt{1 - e^{-m} L^2 k^2} + 1) - \left(3 \left(m + \ln(L^2 k^2) + \ln \left(\frac{1}{L^2 k^2} \right) \right) - 1 \right) (1 - e^{-m} L^2 k^2)^{3/2} - 6\sqrt{1 - e^{-m} L^2 k^2} \right)}{9k}$$

Die Numerische Auswertung für hohe Wellenzahlen:



Davon abgeleitet: Alle Integrale führen auf endliche Grenzwerte, die als Amplituden-Diagramm dargestellt werden können:



Für zunehmende Wellenlängen schmiegt sich die Amplitudenfunktion an das typische $1/\lambda$ - Verhalten der Quantenmechanik an. Die Amplitude ist hier ein einheitenloser Schwarzschildradius.

Sehr interessant: je höher die numerische Berechnung ausgeführt wird, desto näher ist das absolute Maximum bei $\lambda = 2$ an einer Masse, die gerade dem 11,7ten Teil der Planckmasse entspricht. Dies wäre ein Hinweis auf die Ursache der Feinstrukturkonstanten. Entsprechend müsste die Maximalösung auf einen exakten Wert führen! Aktuell liefert die Numerik den Wert $11,60707 = 134,724$. Der Fehler beträgt nur -1,69%.