Gedanken zu Quantengravitation

1.0 Quantisierung der Einstein-Gleichungen

Im Folgenden soll von der Einstein-Hilbert-Wirkung ausgehend eine Quantisierung der Gravitation, und damit der Raum-Zeit, versucht werden.

Da Ansätze mit den komplizierten Methoden der modernen Quantenfeld-Theorie zu Unstimmigkeiten führen, soll zunächst ein halbklassischer Ansatz mit den minimalsten Voraussetzungen der Quantenmechanik untersucht werden (ähnlich dem Unterschied Bohrscher Ansatz zu Schrödinger-Gleichung). Es werden Zustände quantisiert aber keine Wahrscheinlichkeitsinterpretation betrachtet:

$$S = \frac{c^3}{16 \times \pi \times \gamma} \times \int \sqrt{(-\det(g))} \times R(g(x)) \times dx^4$$

Der Ausdruck S ist ein Skalar, der durch Integration über ein allgemeines, symmetrisches Vierervolumen $dV4 = dV3 \times c \times dT$ definiert ist. Diese Wirkung ist invariant unter allgemeinen Koordinatentransformationen. Falls die Wirkung als Integral über eine Mannigfaltigkeit $\mathcal{M}$ definiert ist, ist die Wirkung unter Transformationen der Metrik invariant, die zu invertierbaren Selbstabbildungen von $\mathcal{M}$ gehören.

Es wird nun eine Verallgemeinerung eingeführt: das Wirkungsskalar wird als Skalar eines Tensors aufgefasst. Dessen Elemente sollen unabhängige Variationen der Wirkung - proportional zu voneinander unabhängigen Variationen der Elemente des Krümmungstensors – darstellen:

$$g^{\mu n} \times S_{\mu n} = \frac{c^3}{16 \times \pi \times \gamma} \times \int \sqrt{(-\det(g))} \times R(g(x)) \times dx^4$$

$$S_{\mu n} = \frac{c^3}{16 \times \pi \times \gamma} \times (g^{\mu n})^{-1} \times \int \sqrt{(-\det(g))} \times R(g(x)) \times dx^4$$

$$S_{\mu n} = \frac{c^3}{16 \times \pi \times \gamma} \times -g_{\mu n} \times \int \sqrt{(-\det(g))} \times R(g(x)) \times dx^4$$

$$S_{\mu n} \times \frac{16 \times \pi \times \gamma}{c^3} = -g_{\mu n} \times \int \sqrt{(-\det(g))} \times R(g(x)) \times dx^4$$

Das allgemeine Integral zerfällt zu partiellen Integralen über die Elemente des Tensors und die explizite Berücksichtigung der Metrik führt zu:

$$S_{\mu n} \times \frac{16 \times \pi \times \gamma}{c^3} = -2\pi \times \int \sqrt{}(R_{\mu n} - {}^1\!/_2 \times g_{\mu n} \times R) \times dx^4$$

Hierbei sei vorausgesetzt, dass in hinreichend kleinen Gebieten die Krümmung R konstant und zeitunabhängig ist. Da das Ergebnis offensichtlich von der Dimension einer Fläche ist, wird das Ergebnis zu einem Tensor $A_{\mu n}$ umgeschrieben.

$$-S_{\mu n} \times \frac{8 \times \gamma}{c^3} = A_{\mu n} - {}^1\!/_2 \times g_{\mu n} \times A$$

Aufgrund der Proportionalität der Krümmung zum Energiedichte-Tensor, kann die Wirkung auch als dessen Erweiterung zum Wirkungsdichte-Tensor je Raumzeit-Volumen aufgefasst werden.

$$R_{\mu n} - {}^1\!/_2 \times g_{\mu n} \times R = \frac{-8 \times \pi \times \gamma}{c^4} \times W_{\mu n}$$

$$R_{\mu n} - {}^1\!/_2 \times g_{\mu n} \times R = \frac{-8 \times \pi \times \gamma}{c^4} \times \frac{1}{dV3 \times dT} \times H_{\mu n}$$

Durch das Herausziehen des Vierer-Volumens folgt eineindeutig, dass die Wirkung als Tensor geschrieben werden muss (der Zerfall des allgemeinen Integrals zu partiellen Integralen bei der Betrachtung der Einstein-Hilbert-Wirkung war also gerechtfertigt).

Die Tensor-Schreibweise gilt somit in Folge auch für Quantenzahlen:

Es wird der Wirkungstensor S auf die Planckkonstante h bezogen:

$$A_{\mu n} - {}^1\!/_2 \times g_{\mu n} \times A = -\frac{8 \times h \times \gamma}{c^3} \times N_{\mu n}$$

$$A_{\mu n} - {}^1\!/_2 \times g_{\mu n} \times A = -\frac{16 \times \pi \times \hbar \times \gamma}{c^3} \times N_{\mu n}$$

Es folgt eine konstante Fläche, die 16π -fache Planckfläche, multipliziert mit einem reinen Quantenzahlen-Tupel $N_{\mu n}$.

Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die Einsteingleichung alternativ ausgedrückt werden kann

$$R_{\mu n} = \frac{-8 \times \pi \times \gamma}{c^4} \times (T_{\mu n} - {}^1\!/_2 \times g_{\mu n} \times T)$$

, kann angenommen werden, dass die mathematische Struktur der quantisierten Gleichung sich nicht von der Struktur der Einsteingleichung unterscheidet, dass die Gleichung in erster Linie also divergenzfrei und kovariant ist.

Wie man sieht ergibt sich die Quantelung der Raum-Zeit automatisch. Sie muss nicht postuliert werden, anders ausgedrückt: die Planckfläche ergibt sich von selbst und muss nicht künstlich eingeführt werden.

Es ergibt sich so eine Quantelung der Raum-Zeit direkt in Vierervolumen proportional zu S und sekundär in Flächenquanten proportional zu A_0, also proportional zur Planckfläche. Dies gilt für jeden Eintrag, also jede Dimension.

Tatsächlich relevant und quantisiert sind Vierervolumen (immer) und Flächen (ART).
Aus der SRT und ART folgt, dass Vierervolumen tatsächlich invariant sind. Das bedeutet aber, dass Dreiervolumen und Zeit gegensätzlich variieren.

Das allgemeine Ergebnis entspricht jeweils einer Fläche, durch die ein Energie-Impuls-Strom fließt. Der abgeleitete Flächen-Tensor ist dabei einfach die koordinatensystem-unabhängige Schreibweise eines Flächen-Vektors, was vollkommen schlüssig ist. Wird ein Richtungsvektor auf den Tensor angewandt, ergibt sich der Normalenvektor einer Fläche.

Dieser Vektor definiert allerdings nur Betrag und Ausrichtung, über die Form wird keine Aussage getroffen. Die Fläche könnte zwei beliebig lange Kanten haben, also rechteckig sein, oder ganz rund. Prinzipiell ist jede topologisch äquivalente Form gleichen Flächenbetrags zulässig.

Neu ist, dass dieser Vektor nicht drei sondern vier Komponenten hat. Es gibt einen Anteil A_{00} der proportional der Energiedichte T_{00} ist und somit für statische Materieverteilungen relevant. Diese strömt quasi mit der Zeit durch eine Fläche deren Vektor parallel dem Zeitstrom ist. Da auch die drei Dimensionen des Raumes „senkrecht“ zur Zeit sind, ergibt sich für eine punktsymmetrische Fläche ein symmetrischer Zustand im Raum. Sie könnte also im Raum auch in sich geschlossen sein und zum Beispiel eine Kugeloberfläche definieren. Dieser kann natürlich im Raum kein Richtungsvektor zugeordnet werden, man könnte auch sagen dass gegensätzlich orientierte Anteile einer solchen Fläche sich gegenseitig kompensieren. Das passt zur Definition, dass die Fläche eigentlich nur eine Komponente in der Zeitdimension ist.

Wie sind nun Abstände zwischen solchen Flächen definiert? Wie sind etwa radiale Abstände quantisiert?

Am einfachsten ist ein Kubus definierbar. Da die Fläche jeder Seite den gleichen Betrag hat, ergibt sich automatisch, dass die Kante einer Fläche zum Abstand zwischen zwei anderen wird. Für diesen Fall kann also die Quantisierung eines Abstands aus der Quantisierung einer Fläche besonders leicht abgeleitet werden. Die Gesamt-Oberfläche des Kubus ist

$$A_{ges} = 6 * N = 24 * n_s^2$$

Der kleinstmögliche Kubus der Fläche sechs müsste eine halbe Kantenlänge von n_s=0,5 zugeordnet werden, will man diesen zur Definition eines „Radius“ heranziehen. Will man nur ganze Zahlen zulassen, wächst die Fläche wie 6*(4,9,16) usw., in dem Fall hätte der kleinste Kubus die Kantenlänge 2. Um eine höhere Symmetrie zu beschreiben gehe ich hier über zur Beschreibung einer äquivalenten Kugel-Oberfläche.

$$A_{ges} = 4 * \pi * N = 4 * \pi * n_r^2$$

Im folgenden Kapitel gehe ich davon aus, dass der Ereignishorizont auf dieser Basis quantisiert ist.

1.1 Schwarschild-Metrik

Wenn nun der Fall eines statischen Schwarzen Lochs betrachtet und A_{00} als sein Ereignishorizont aufgefasst wird folgt, dass die Masse eines SL quantisiert vorliegen muss:

$g^{\mu n} \times A_{\mu n} - {}^{1}/_{2} \times g^{\mu n} \times g_{\mu n} \times A = -\frac{16 \times \pi \times \hbar \times \gamma}{c^3} \times g^{\mu n} \times N_{\mu n}$ // Summation über gleiche Indizes

$$A - {}^{1}/_{2} \times 4 \times A = -\frac{16 \times \pi \times \hbar \times \gamma}{c^3} \times N$$

$$-1 \times A = -\frac{16 \times \pi \times \hbar \times \gamma}{c^3} \times n_r^2$$

Der Schwarschild-Radius definiert sich über den Ereignishorizont wie folgend:

$$EH = 4 \times \pi \times R_s^2 = 16 \times \pi \times \gamma^2 \times {}^{M^2}/_{c^4}$$

$$A = EH$$

$$16 \times \pi \times \gamma^2 \times {}^{M^2}/_{c^4} = {}^{16 \times \pi \times \hbar \times \gamma}/_{c^3} \times n^2$$

$$M^2 = \hbar \times c/\gamma \times n^2$$

$$M = m_0 \times n$$

Hier taucht erstmals die Planckmasse m_0 auf.
Die Masse eines stabilen (!) SL ist damit ein ganzzahliges Vielfaches der Planckmasse!

Für spätere Unterscheidungen wird die hier verwendete Quantenzahl n zur Hauptquantenzahl n_H umbenannt.

$$M = m_0 \times n_H$$

1.2 Kerr-Metrik

Die Kerr-Metrik führt zusätzlich zu einem Zusammenhang zwischen Drehimpuls J, Schwarz-Schild-Radius R_s und Kerrparameter a:

$$R_s = 2 \times \gamma \times M/c^2$$

$$a = J/(M \times c)$$

Die Metrik wird auf mehreren Flächen singulär. Die innere Fläche definiert sich durch

$$R_i = \frac{1}{2} \times \left(R_s \pm \sqrt{R_s^2 - 4 \times a^2} \right)$$

Die äußere Fläche definiert sich durch:

$$R_a = \frac{1}{2} \times \left(R_s \pm \sqrt{R_s^2 - 4 \times a^2 \times \cos\theta^2} \right)$$

Ist der Drehimpuls Null, fallen beide auf dem Ereignishorizont nach Schwarzschild zusammen.

Wird nun eine Drehimpulsquantisierung eingeführt folgt für den Kerrparameter:

$$J = n_J \times \hbar$$

$$a = N_J \times \hbar/(n_H \times m_0 \times c)$$

Zur Unterscheidung zur ersten Quantisierung der Masse wird eine Drehimpuls-Quantenzahl n_J eingeführt. Der Kerrparameter a entspricht einem Radius der Ring-Singularität der Kerr-Metrik. Da der Wert unter der Wurzel niemals kleiner Null werden darf, ist a begrenzt:

$$R_s^2 - 4 \times a^2 \geq 0$$

Für den Fall, dass die Wurzel Null wird, wird a maximal:

$$a_{max} = \frac{1}{2} \times R_s$$

Damit ist aber auch die Drehimpuls-Quantenzahl n_J begrenzt:

$$\frac{1}{2} \times R_s = n_{Jmax} \times \hbar/(n_H \times m_0 \times c)$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times s_0 \times n_H = n_{Jmax} \times \hbar/(n_H \times m_0 \times c)$$

$$n_{Jmax} = n_H^2 \times s_0 \times m_0 \times \frac{c}{\hbar}$$

$$n_{Jmax} = n_H^2 \times \frac{\hbar}{\hbar} = n_H^2$$

$$n_{Jmax} = n_H^2$$

$$n_J = 0,1,4,9,16\ldots n_H^2$$

Die möglichen Drehimpuls-Quantenzahlen sind nach oben begrenzt. Sind in Zukunft Schwarze Löcher mit subatomarer Ausdehnung beobachtbar, so sagt die Quantenbedingung vorher, dass die SL's mit Kerr-Metrik nicht nur einen maximalen Drehimpuls nicht überschreiten können sondern auch, dass die Übergänge nichtstetig sind.

2.0 Eingeschränkte Lorentz-Invarianz

Aus den bisherigen Herleitungen folgen 2 wichtige Eigenschaften für ein Quantenzahlen-Tupel:

Sein Betrag, seine Determinante und seine Spur müssen ganzen Zahlen entsprechen.

Seine Elemente müssen ganzzahlig vorliegen.

Die zweite Forderung wird aber erst bei Anwendung auf ein Koordinatensystem ersichtlich, welche die Elemente überhaupt erst festlegt. Daraus folgt eine Einschränkung der allgemeinen Lorentz-Invarianz! Nicht jedes beliebige Koordinatensystem kann diese Forderung erfüllen.

Gleichzeitig muss aus den Symmetrien der Lorentz-Gruppe folgen, dass nicht jede beliebige Kombination von Quantenzahlen möglich ist, zumindest sofern es sich um pseudo-euklidische Koordinaten handelt. Hierzu ein einfaches Beispiel in 2 Dimensionen:

Annahme: jede Halbachse eines zweidimensionalen Koordinatensystems soll gemäß der Quantenbedingung parallel oder antiparallel zum Normalenvektor einer Fläche der Größe 1 liegen. Es werden Drehungen des Koordinaten-Systems betrachtet. Die Flächen bzw. hier ihre linienhaften Vertreter im zweidimensionalen Fall sind Ränder eines symmetrischen N-Ecks.

Es ist nun leicht ersichtlich, dass die geforderten Bedingungen nur dann erfüllt werden können, wenn ein N-Eck vorliegt dessen Randzahl mit 4^n ausgedrückt werden kann (kleinste mögliche Zahl ist 4, es liegt also faktisch ein Quadrat vor). Dadurch wird gewährleistet, dass nach einer bestimmten Drehung des Systems wieder alle Achsen auf eine ganze Fläche zeigen. Gleichzeitig schränkt die Bedingung die möglichen Drehungen ein:

$N = 4 \rightarrow d\varphi = 90, 180, 270, 360 = 360/4 \times i\ (0..n)$

$N = 16 \rightarrow d\varphi = 360/4^n \times i\ (0..n)$

Mit diesem Beispiel wird auch deutlich warum eine Raum-Zeit-Quantisierung auf Basis der Planckeinheiten in messbaren Größenordnungen nicht sichtbar wird. Ein Atom ist mit einer Größe von ca 10^{-10} Metern bereits etwa 10^{25}mal größer als die Plancklänge. Eine Quantisierung eines Drehwinkels wäre bereits unmessbar klein, wenn sie denn existiert.

Es wäre nun notwendig, die Symmetrie der allgemeinen Lorentz-Gruppe auf ihren Einfluss hinsichtlich einer Quantenzahlen-Einschränkung hin zu untersuchen.

Das Beispiel mit den Rotationen ist insofern glücklich gewählt, da die Lorentz-Transformation einer Verallgemeinerung von Rotation entspricht.

3.0 Die Quantisierung der inneren Struktur Schwarzer Löcher

Die innere Struktur Schwarzer Löcher, insbesondere die der Schwarzschild-Lösung, wird lediglich durch die Singularität repräsentiert. Die gesamte Masse, die Quelle des Gravitationsfelds, steckt in einem dimensionslosen Punkt und alle beschreibenden Größen gehen gegen Unendlich!

Nun hat sich aber gezeigt, dass gewisse Größen nicht unterschritten werden können:

Der Ereignishorizont wird minimal aber niemals null und damit verbunden nimmt auch der Schwarzschildradius nur bestimmte Werte an:

$$A = EH$$

$$16 \times \pi \times \gamma^2 \times \frac{M^2}{c^4} = 16 \times \pi \times \hbar \times \gamma / \mathrm{c}^3 \times \mathrm{n}_\mathrm{H}^2$$

$$EH = 4 \times \pi \times 2^2 \times s_0^2 \times \mathrm{n}_\mathrm{H}^2$$

$$R_s = 2 \times s_0 \times n_H = 2 \times R_g$$

Der Schwarzschildradius ist ein ganzzahliges Vielfaches der doppelten Plancklänge, entsprechend ist der Gravitations-Radius ein ganzzahliges Vielfaches der einfachen Plancklänge.

Diese Werte können offensichtlich nicht unterschritten werden.

Damit müsste einhergehen, dass nur Krümmungen der Raumzeit erfahrbar sind, welche bestimmte Werte nicht überschreiten können und zudem nicht mehr exakt lokalisierbar sind!

Dies impliziert, dass diese Krümmungen und die dazu proportionalen Energiedichten über bestimmte Raumbereiche nur mehr als konstant angenommen werden können und vom Betrag der Krümmung in der jeweils äußeren umschließenden Fläche sein müssen. Dies erscheint einleuchtend, wenn der kleinstmögliche Gravitation-Radius vom Betrag einer Plancklänge als Grenzwert betrachtet wird:

1) Es gibt keinen kleineren Abstand
2) Eine Interpolation zu kleineren Werten führt automatisch zum Singularitätsproblem
   Insbesondere gilt dies für die « innere Flächenbegrenzung » vom Wert Null !

Z.B. beträgt die skalare Krümmung am Ereignishorizont :

$$R_{sk}(R_s) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{1}{R_g}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{2}{R_s}\right)^2 = 2 \times \sqrt{3} \times \left(\frac{1}{R_s}\right)^2 => 1/2 \times A_0^{-1} \times n_H^{-2}$$

Wie in vielen anderen Fällen bei denen vom newtonschen zum relativistischen Fall gewechselt wird, ist der Betrag doppelt so groß wie man von normaler Geometrie ausgehend erwarten würde. In diesem Fall entspricht die Krümmung der doppelten Schnittkrümmung einer Kugel mit dem Radius R_s. Der Faktor √ (3) kommt hierbei durch die Dreidimensionalität des Raums hinzu.

Um den Wert am Ereignishorizont zu reproduzieren muss n_H 1.0 sein. Daher ist es nötig die neue Quantenzahl n_i einzuführen um auch andere Kugelflächen beschreiben zu können . Es entspricht einer Umnormierung, so dass Krümmung und Radius tatsächlich invers zueinander sind:

$$R_k(R_s) = \frac{1}{2} \times A_0^{-1} \times n_H^{-2} = 2 \times A_0^{-1} \times n_i^{-2}$$

Ausgehend von der Quantisierung des Flächentensors

$$A_{\mu n} - {}^{1}\!/_{2} \times g_{\mu n} \times A = -\frac{16 \times \pi \times \hbar \times \gamma}{c^3} \times N_{\mu n}$$

und seiner alternativen Darstellung

$$A_{\mu n} = -\frac{16 \times \pi \times \hbar \times \gamma}{c^3} \times (N_{\mu n} - 1/2 \times g_{\mu n} \times N)$$

muss die sich in der jeweiligen Fläche einstellende Krümmung

$$E_{\mu n} = R_{\mu n} - {}^{1}\!/_{2} \times g_{\mu n} \times R = \frac{-8 \times \pi \times \gamma}{c^4} \times T_{\mu n}$$

$$R_{\mu n} = \frac{-8 \times \pi \times \gamma}{c^4} \times \left(T_{\mu n} - 1/2 \times g_{\mu n} \times T\right)$$

theoretisch invers variieren, insbesondere muss sie umgekehrt proportional zum Quadrat der jeweiligen Flächen-Quantenzahl sein :

$$A_{\mu n}(N^2) \times E_{\mu n}(N^{-2}) = const$$

$$\frac{-16 \times \pi \times \hbar \times \gamma}{c^3} \times N_{\mu n} \times \frac{-8 \times \pi \times \gamma}{c^4} \times T_{\mu n} = const$$

Es wird nun angesetzt, dass die komplette Information des Einstein-Tensors durch einen Quantenzahlen-Tensor ausgedrückt werden kann, welcher mit der inversen Konstanten des Flächentensors und einem noch zu bestimmenden Faktor C multipliziert wird:

$$E_{\mu n} = C \times \left(N_{\mu n}\right)^{-1} \times \frac{c^3}{-16 \times \pi \times \hbar \times \gamma} = -C \times \left(N_{\mu n}\right)^{-1} \times \frac{1}{16 \times \pi \times \mathrm{A}_0}$$

$$C = A_{\mu n} \times E_{\mu n} = -16 \times \pi \times \mathrm{A}_0 \times N_{\mu n} \times \left(N_{\mu n}\right)^{-1} \times \frac{1}{16 \times \pi \times \mathrm{A}_0}$$

$$C = A_{\mu n} \times E_{\mu n} = -16 \times \pi \times \mathrm{A}_0 \times N_{\mu n} \times \frac{-8 \times \pi \times \gamma}{c^4} \times T_{\mu n}$$

$$C = A_{\mu n} \times E_{\mu n} = N_{\mu n} \times \left(N_{\mu n}\right)^{-1} = I$$

Das Produkt des Quantenzahlen-Tensors mit seiner Inversen ist einerseits gerade der Einheitstensor I bzw. das Kronecker-Delta! Andererseits muss C den Audruck mit dem Energiedichte-Tensor reproduzieren und zu dem Ausdruck führen welcher den Krümmungswert am Ereignishorizont beschreibt. Er wird deshalb festgesetzt zu :

$$C = 8 \times \pi$$

In Folge ergibt sich im Schwarzschild-Fall, dass diese Festsetzung zu eindeutigen Ergebnissen führt !

$$E_{\mu n} = 8 \times \pi \times \left(N_{\mu n}\right)^{-1} \times \frac{c^3}{-16 \times \pi \times \hbar \times \gamma} = -\left(N_{\mu n}\right)^{-1} \times \frac{1}{2 \times \mathrm{A}_0}$$

$$E_{\mu n} = -8 \times \frac{\pi \times \gamma}{c^4} \times T_{\mu n} = -1/(2 \times \mathrm{A}_0) \times \left(N_{\mu n}\right)^{-1}$$

Die partielle Krümmung in jeder Kugelfläche entspricht dann

$$R = \frac{1}{2}/(A_0 \times n_H^2)) = 2/(A_0 \times n_i^2)$$

und ist verknüpft mit der Energiedichte w

$$R = 8 \times \pi \times \gamma/c^4 \times w$$

$$w = 2 \times c^4/(8 \times \pi \times \gamma)/(A_0 \times n_i^2) = c^4/\gamma/A_0 \times (4 \times \pi)^{-1} \times n_i^{-2}$$

$$w = c^7/\gamma^2/\hbar \times (4 \times \pi)^{-1} \times n_i^{-2} = w_0 \times (4 \times \pi)^{-1} \times n_i^{-2}$$

(Die Quantenzahl n_H steht für die Gesamt-Masse und den Gravitationsradius, ni steht für den verallgemeinerten quantisierten Innen-Radius.)

Dies impliziert nun, dass auch die Energiedichte quantisiert ist. w_0 ist hierbei die Planckeinheit der Energiedichte. Gemäß dieser Herleitung wäre das absolute Maximum möglicher Energiedichten um den Faktor 4π geringer als es aus der naiven Ableitung der Planckeinheiten folgt, bei denen lediglich Naturkonstanten kombiniert werden. Dies erscheint logisch, da Energien in ungekrümmter Raumzeit keinerlei Sinn ergeben !

Wird nun das Integral dieser Energiedichte über den (quantisierten) Schwarzschildradius als Integrationspfad betrachtet, folgt

$$E(n_i) = \int w(n_i) \times A(n_i) \times s_0 \times n_i = \int w_0 \times (4 \times \pi)^{-1} \times n_i^{-2} \times 4 \times \pi \times (s_0 \times n_i)^2 \times s_0 \times n_i$$

$$E_{ges} = w_0 \times s_0^3 \times n_i = 1/2 \times E_0 \times 2 \times n_H$$

$$E(n_i) = 1/2 \times E_0 \times n_i$$

Die Formel ist linear. Entsprechend muss sich die Gesamtenergie zu gleichen Anteilen über die n_i verteilen .N_H steht sowohl für den Schwarzschildradius als auch für die Gesamtmasse in der Form n_H $^\times m_0$.

Daher wird in Folge ersichtlich, dass diese Formel wieder den Zusammenhang zwischen Schwarzschild-Radius und Masse eines Schwarzen Loches reproduziert

$$E_{ges}(R_s) = \frac{1}{2} \times \frac{E_0}{s_0} \times 2 \times n_H \times s_0 = 1/2 \times R_s \times \sqrt{\hbar \times c^5/\gamma/\hbar/\gamma \times c^3} = R_s \times 1/2 \times \sqrt{c^8/\gamma^2}$$

$$2 \times E_{ges} \times \frac{\gamma}{c^4} = 2 \times M \times \frac{\gamma}{c^2} = R_s$$

Damit kann diese Herleitung zur inneren Struktur als konsistent betrachtet werden.

Dieser Zusammenhang liefert allerdings noch eine weitere Aussage !

Das Energievolumen je Kugelschale mit Oberfläche A(n) und Radius $1^\times s_0$ ist eine konstante Größe :

Jede enthält gerade eine halbe Planckenergie !

$$\frac{dE}{dn_i} = const = 1/2 \times E_0$$

Damit unterscheidet sich die quantisierte Form des Schwarzen Lochs in entscheidender Weise von der klassischen Version. Die Masse bildet keine Singularität, sondern ist über den gesamten Raumbereich bis zum Ereignishorizont verteilt ! Nur ihre Dichte nimmt mit dem Quadrat der Entfernung zum Zentrum ab.

Um ein Gefühl für die Größenordnungen zu bekommen, wird jeweils die Energiedichte $w(n_H=2n_i)$ in der äussersten Schale eines schwarzen Lochs der Masse M betrachet :

physikalische Größe	Formelzeichen	Betrag nach CoData	rel Ungenauigkeit nach CoData
Wirkungsquantum	h	6,63E-34	5,000E-08
red. Wirkungsq.	ħ	1,05457E-34	5,000E-08
Gravitationskonstante	y	6,67429E-11	1,000E-04
Lichtgeschwindigkeit	c	299792459	0,000E+00
Plancklänge	so	1,61625E-35	5,003E-05
Planckfläche	Ao	2,61227E-70	1,001E-04
Planckvolumen	Vo	4,2221E-105	1,501E-04
Planckzeit	to	5,39124E-44	5,008E-05
Planckmasse	mo	2,17644E-08	5,003E-05
Planck-Energiedichte	wo	4,633E+113	2,001E-04
Erdmasse	Me	5,97E+24	na
Sonnenmasse	Mso	1,99E+30	na
Masse Galaxie	Mgal	3,98E+41	na
Masse Universum(sichtbar)	Muni	1,00E+53	na
Masse Universum(gesamt)	Mdark	2,50E+54	na
mittlere Dichte sichtbar	wuni	4,224E-10	na

Masse	n_H	n	w(n)
m0	1	2	9,217E+111
Me	2,74E+32	5,49E+32	1,22335E+47
Mso	9,14E+37	1,83E+38	1,1036E+36
10×Mso	9,14E+38	1,83E+39	1,1036E+34
100×Mso	9,14E+39	1,83E+40	1,1036E+32
Mgal	1,83E+49	3,66E+49	2,759E+13
Muni	4,59E+60	9,19E+60	4,36597E-10
Mdark	1,15E+62	2,30E+62	6,9855E-13

Setzt man die geschätzte (sichtbare) Masse des Universums als Gesamtmasse ein, ergibt sich für die äusserste Kugelschale eine Energiedichte, welche äusserst bekannt erscheint ! Sie entspricht ziemlich exakt der mittleren Dichte der sichtbaren Masse im Universum.

Natürlich kann man das Universum nicht als äusserste Schale eines Schwarzen Lochs auffassen.

Aber diese zahlenmässige Übereinstimmung weist einen Weg zur zeitlichen, quantisierten Entwicklung des ganzen Universums.

4.0 Dynamik der quantisierten Raumzeit und die Entwicklung des Universums

Bisher wurden nur statische Lösungen behandelt. Schwarze Löcher sind im klassischen Sinn Endprodukte einer Entwicklung. Dies gilt im Prinzip immer noch (sofern Thermodynamik ausser Acht gelassen wird).

Damit wäre die hierbei höchste auftretende Energiedichte, ein Zustand ohne Dynamik, gewissermassen ein statischer Gleichgewichtszustand. In diesem Sinne steht dem normalen Verhalten der Gravitation die Quantisierung der RaumZeit so ähnlich entgegen wie ein Entartungsdruck, welcher ja ebenfalls ein reines Produkt der Quantenmechanik ist.

Es hat sich nun gezeigt, dass die aktuelle mittlere Energiedicht des Universums sehr nah an einem Wert liegt, der durch die Quantisierung des Raumes ebenfalls durch eine Quantenzahl beschrieben werden muss.

Da nun das Universum sicherlich nicht als äusserster Bereich eines Schwarzen Lochs betrachtet werden kann, wird nunmehr davon ausgegangen, dass auch die zeitliche Entwicklung einer Energiedichte dieselben Werte in Abhängigkeit des Alters des Universums annimmt wie zuvor in Abhängigkeit eines Abstands.

Im Rahmen der Relativitätstheorie werden Raum und Zeit im gewissen Sinne als gleichwertig betrachtet. Wird dieser Grundgedanke auf die Quantisierung des Raums bezogen, dann muss auch die Zeit quantisiert sein. Das bedeutet, dass auch zeitliche Abstände einen gewissen Wert nicht unterschreiten können und Veränderungen nur noch sprunghaft stattfinden.

Zunächst werden nun Alter, Energiedichte und Gesamtmasse des Universums auf die jeweilige Planckgröße bezogen und dadurch zu direkt vergleichbaren Quantenzahlen reduziert :

Größe	Wert	Quantenzahl	Relation zum Alter
Alter	13,75 Mrd J	8,04878E+60	1
Masse	1E+53 kg	9,18933E+60	1,14
Dichte	4,22415E-10	9,34233E+60	1,16

Masse und Energiedichte des Universums bedingen sich hierbei gegenseitig, da das eine vom anderen abgeleitet wird, sie müssen also durch dieselbe Quantenzahl beschrieben werden.

Dass diese Zahl auch sehr nah am Betrag des quantisierten Weltalters liegt, könnte als Hinweis auf eine Verbindung dieser Größen interpretiert werden.

Vorausgesetzt diese Verbindung existiert, kann aus dem Weltalter, dem am besten gemessenen Wert, auf Masse und Dichte geschlossen werden. Das Alter ist mit einer Ungenauigkeit von 320 Millionen Jahren (2,33%) zu 13,75 Milliarden Jahren bestimmt worden. Daraus lässt sich die Masse $8{,}76 \times 10^{52}$ kg bei gleicher Ungenauigkeit und die Dichte $5{,}69 \times 10^{-10}$ J/m^3 = $6{,}33 \times 10^{-24}$ g/cm^3 mit der doppelten Ungenauigkeit ableiten.

Die Bestimmung der Dichte beruht nach wie vor auf der Formel

$$w = w_0 \times (4 \times \pi)^{-1} \times n_i^{-2}$$

, nur dass n_i jetzt für das Weltalter steht.

Eine einfache Extrapolation würde bedeuten, dass das Universum bei dem Alter T = $1 \times t_0$, mit der Energie-Dichte $w_0/4\pi$ « gestartet » hat. Aus Gründen der Energieerhaltung lässt sich ein « Start-Volumen » von etwa $2{,}14 \times 10^{-43}$ m^3 ableiten. Das entspricht etwa dem Volumen eines Nukleons, wie es auch in anderen Veröffentlichungen angegeben wird. Das heutige Volumen müsste aus denselben Gründen 16.334,72 (Mrd LJ)^3 entsprechen, wenn also das Volumen sich nach

$V = V0 \times n^2$ entwickelt.

Die Kubikwurzel dieses Wertes entspricht 25,373 Mrd Lichtjahre. Dieser Wert ist 1,84mal größer als das Weltalter und dieser Faktor kann zur Bestimmung einer exakten Volumenformel führen:

$$f = 1{,}84$$

$$f^3 = 6{,}283$$

$$f^3/\pi = 2{,}0$$

Heutiges Volumen und Weltalter stehen also über die folgende Formel im eindeutigen Verhältnis

$$V = 2 \times \pi \times R^3$$

Hiermit kann etwas zur Topologie des Universums ausgesagt werden, allerdings reproduziert die Formel lediglich den sichtbaren Bereich, welcher über die mittlere Materiedichte definiert ist.

Setzt man alle Formeln wieder ineinander ein, bleibt als Grundgröße nur das Planckvolumen übrig. Die Topologie ist also durch die Kombination der Gravitation mit der Quantenmechanik begründet.

$$V_0 \times n_i^2 = 2 \times \pi \times s_0^3 \times n_i^3$$

$$V_0 = 2 \times \pi \times s_0^3 \times n_i \;= \frac{E_{ges}}{w_{max}} = E_0 \times \frac{n_i}{2} / w_{max}$$

$$2 \times \pi \times s_0^3 \times n_i \;= E_0 \times \frac{n_i}{2} / w_{max}$$

$$s_0^3 = \frac{E_0}{w_0} \times 2 \times \pi / (2 \times \pi)$$

$$s_0^3 = s_0^3$$

Welcher geometrische (vierdimensionale) Körper dieser Volumenformel folgt ist nicht bekannt. Zudem kann die Topologie nicht konstant sein, da Weltalter und Volumen sich nicht linear zueinander entwickeln.

Das Universum kann sich ohnehin nicht ohne zusätzlichen Impuls von jener Größe V_0 wegentwickelt haben. Die in diesem Zustand vorherrschende Energiedichte ist das End-Produkt anziehender Gravitation. Ein schwarzes Loch könnte nicht einfach zu Expandieren beginnen. Wie bereits ausgesagt, könnte man diesen Zustand als statischen Gleichgewichtszustand auffassen, bei dem Gravitation und der « Entartungsdruck » des Vakuums entgegengesetzt gleich groß sind.

Wenn ein Stern implodiert tritt naturgemäß ein hoher nach innen gerichteter Impuls auf, der aufgrund Energie- und Impulserhaltung erhalten bleiben muss. Dies könnte dazu führen, dass die innere Struktur des entstehenden Schwarzen Lochs über die Planckdichte hinaus komprimiert wird und anschließend durch diese als « Überdruck » interpretierbare Dichte wieder expandiert. Anders gesagt, die Gravitation wird plötzlich abstoßend, das Schwarze Loch kann heftig zu oszillieren beginnen und die Energie in Form von Gravitationswellen abgeben bis es den Gleichgewichtszustand erreicht (natürlich durch Quadropolstrahlung, die Oszillation darf nicht als völlig symmetrisch aufgefasst werden).

Auf das Universum angewandt :

durch eine Quantenfluktuation über jene Grenze hinaus - oder durch Implosion eines Vorläufer-Universums – kann die Planckdichte zunächst stark überschritten worden sein und damit jenen Impuls geliefert haben welcher die Expansion entgegen der Gravitation überhaupt erst ermöglichte.

Ohne « Entartungsdruck des Vakuums » scheint dies unmöglich, denn gemäß der ART müsste die unendlich starke Gravitation der Singularität überwunden werden. Aber was ist größer als unendlich? Dies ist eine weitere Implikation des Zusammenbruchs der ART an der Singularität.

Die Gesamt-Masse des Universums könnte z.B. in einem Planckvolumen komprimiert gewesen sein. In Zahlen ausgedrückt war der «Überdruck » in diesem Zustand 4×10^{60}-mal größer als die Planckdichte. Davon ausgehend wurde bis zur Erreichung der Größe eines Nukleons zunächst der Druck abgebaut. Da auch hier wieder Energie- und Impuls-Erhaltung gilt muss die damit verbundene Energie in Form kinetischer Energie über diesen Punkt hinweg wirksam geblieben sein und die Expansion angetrieben haben.

Wie in dieser Planck-Ära sich das Universum tatsächlich vergrößert hat kann mit diesem Wissensstand nicht gesagt werden. Das Konzept des inflationären Universums könnte hier aber seine Erklärung finden.