Quantenhafte dynamische Gravitationsmodelle im Tetradenkalkül

Die Quantenmechanik als lineare Näherung der einsteinschen, nichtlinearen Tensor-Feldgleichung

Torsten Pieper

Kronberg, 8. März 2024

Schillerstrasse 24, 61476 Kronberg

01525-6231101

Email: torsten_pieper@web.de

https://thorsworld.net/

V 1.0

Abstract.

Wie hängen Gravitation und Quantenmechanik zusammen? Was verhindert die Quantisierung der Allgemeinen Relativitäts-Theorie mit den Standardverfahren der Quantentheorie? Könnte die ART als hintergrundunabhängige und sehr lösungsmächtige Theorie der Raumzeit der hintergrundabhängigen Quantenmechanik generell weiter übergeordnet sein als gemeinhin angenommen? Ist sie mehr als nur eine weitere zu quantisierende Feldtheorie? Der hier verfolgte Ansatz einer vierdimensional und rein geometrisch orientierten Felddiskretisierung scheint darauf hinzudeuten. Volumen-Integrale über bestimmte Lösungen der Einstein-Gleichung ähneln Grund-Aussagen der Quantenmechanik. Mit der Quantenmechanik vergleichbare Ausdrücke kommen zustande, wenn die beschreibenden Gitter-Parameter durch die Planck-Länge ausgedrückt und wellenartige Lösungen betrachtet werden.

Bisherige Ansätze sind inkonsistent oder können Aussagen der etablierten Theorien nicht reproduzieren. Es existiert insofern eine konzeptionelle Inkompatibilität zwischen Quantenmechanik und Allgemeiner Relativititätstheorie, dass die mathematischen Verfahren zur Feldquantisierung bei Anwendung auf letztere zu Inkonsistenten führen.

Die kovariante Quantisierung der ART entwickelt um die Minkoswki-Metrik herum Störungen $\mathbf{h}_{\mu\nu}$ der Metrik. Diese Herangehensweise diskretisiert die Raumzeit nicht. Sie ist nicht renormierbar. Die einheitenbehaftete Feldkonstante $\boldsymbol{\gamma}$ tritt mit zunehmenden Potenzen auf.

Die String-Theorie klammert das Problem Raumzeit komplett aus und ist hintergrundabhängig. Ihre Lösungen sind in erster Linie immer größer als die Planck-Masse. Um alle Wechselwirkungen einheitlich als Schwingungszustände von Strings zu beschreiben und die Theorie invertierbar zu bekommen sind etliche Zusatzdimensionen erforderlich, deren Einfluss nicht nachgewiesen werden kann. Sie gilt als Kandidat dafür, das Standardmodell der Elementarteilchen abzulösen, doch ist unklar, wie sie deren Aussagen reproduzieren soll.

Die Loop-Quanten-Geometrie ist hintergrundunabhängig, ganz im einsteinschen Sinne. Sie ist jedoch hochgradig komplex. Ein großes Problem ist, dass der Limes zur stetigen ART noch nicht allgemein vollziehbar ist. Eine Voraussage ist die Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit bei hohen Photonen-Energien und großen Laufzeiten. Messungen (GLAST) konnten diese nicht nachweisen – die Raumzeit erscheint zu glatt.

Im vorliegenden Ansatz wird über die metrischen Komponenten als Freiheitsgrade der ART hinausgegangen. Nicht Riemanntensor, Christoffelsymbole oder Metrik, sondern Vierer-Ortsvektoren dienen als Zugang zur Quantisierung der Relativitätstheorie und ihre Komponenten sind die neuen Freiheitsgrade einer übergeordneten Theorie. Gleichzeitig sind diese Vektoren der einfachste Ansatz zur Diskretisierung und Quantisierung.

Die Plancklänge tritt als kleinster Grundabstand zwischen den möglichen Punkten eines vierdimensionalen Orts-Gitters auf. Dies bedingt, dass die Planckfläche, besser und allgemeiner als skalares Längenquadrat aufgefasst, eine skalare vierdimensionale Invariante bezüglich der allgemeinen Poincare-Transformationen darstellt.

Endliche, von der Minkoswki-Metrik abweichende, Störungen des Gitters sind dann Variationen, bei denen die Plancklänge aus relativer Sicht und komponentenweise betrachtet, über- oder unterschritten wird.

Die bekannte ART ergibt sich automatisch durch den Limes verschwindender Gitter-Konstante und Reduktion des Ansatzes auf die gewohnten metrischen Tensoren als freie Parameter der Theorie.

Mit gegenüber der Plancklänge großen Variationsmaßen – z.B. Wellenlängen – kann trotz Diskretisierung auf hinreichend stetige Beschreibungen geschlossen werden.

Ziele der Abhandlung sind die Herleitung einer Quantisierung der ART, die Darstellung der Quantenmechanik als lineare Approximation und die Darstellung der U1-Eichfeldttheorie als lineare Approximation für schwache Felder.

Es wird untersucht welcher Energie-Impuls-Dichtetensor einer ebenen Wellenfront über ein Volumenintegral auf quantenähnliche Aussagen führt. Dies bedingt, dass eine Metrik als Lösung der ART immer noch quadratisch von den angesetzten Wellenzahlen der Wellenlösung abhängt. Ein Ansatz führt über die Basisvektoren einer (holonomen) Koordinatenbasis auf einen diskretisierten, doch dynamischen Viererortsvektor bzw. auf parametrisierbare, diskret darstellbare Geodätengleichungen. Über diesen Ansatz werden alle metrischen Komponenten auf die Struktur des Viererort-Vektorfelds zurückgeführt und die neuen Freiheitsgrade sind die Orts-Vektorkomponenten.

Die Plancklänge tritt dabei als Variations- und Diskretisierungsmaß auf, insbesondere als Amplitude linearer Wellengleichungen.

Ein Vierer-Ortsvektor wird in jeder Komponente durch ganze Zahlen, multipliziert mit dem Diskretisierungsmaß dargestellt. Bei der Darstellung dynamischer Vorgänge treten in den Komponenten Funktionen auf, die in Abhängigkeit von Beobachter-Koordinaten parametrisiert sind und Geodätengleichungen liefern. Deren partielle Ableitungen führen auf lokale holonome, natürliche Basisvektoren. Die hieraus abgeleiteten Metriken können lineare und nichtlineare Lösungen der ART darstellen. Hier wird der übliche Riemannkalkül verwandt, zur Erarbeitung der ersten Zusammenhänge sind lineare Ableitungen jedoch hinreichend.

Die Beschreibung der Planckfläche als Vierer-Invariante umgeht Inkonsistenten doppeltrelativistischer Theorien. Die Probleme der Loop-Quanten-Geometrie treten nicht auf. Insbesondere bleibt die Lichtgeschwindigkeit invariant.

Skalar-, Vektor- und Tensorfelder können aus dem Tetradenkalkül heraus gemeinsam beschrieben werden. Dies erlaubt Spin Null, Eins und Zwei als Spin-Formen der Geometrie zu beschreiben.

Masse tritt nicht als freier Parameter auf, sondern wird auf die dynamische Geometrie zurückgeführt. Mit Wellenlängen als Parameter folgt ein quasi-kontinuieriches Spektrum unterhalb der Planckmasse. Die Amplitude der damit zusammenhängenden ebenen Welle entspricht betragsmäßig der gravitativen Wechselwirkungsstärke.

Abwandlungen der Metrik führen auf endliche Divergenzen, die als erste einfache, innere Struktur von elementaren Teilchen betrachtet werden können. Damit werden unendliche Terme umgangen. Die Erweiterung um den Antimaterie-Aspekt erfordert lediglich einen Vorzeichenwechsel in der Metrik, was einer Ladungskonjugation entspricht, und einen zusätzlichen Paritätsoperator für die räumliche Feldfunktion.

Es wird ein mögliches Teilchen-Modell mit Spin 1/2 abgeleitet. Der Spinbetrag folgt aus dem Volumen-Integral über ein Drehimpuls-Dichte-Feld. Aus dem Ergebnis des Modells wird geschlussfolgert, dass ein zyklischer Austausch von metrischen Komponenten immer auf Drehimpuls-Verhalten führt. Dieses Bild umgeht jene Inkonsistenten, die bei der Anwendung klassischer Rotation auf Spin auftreten (Rotation mit Lichtgeschwindigkeit) und erfordert keine Erweiterung der ART im Sinne der Einstein-Cartan-Theorie.

Zudem tritt der Spin 1/2-Faktor zwischen der Wellenfunktion für Masse-Lösungen und der Wellenfunktion des ursächlichen quantisierten Vierer-Ortsvektors auf. Über eine Periodendauer, die umgekehrt proportional einer Masse ist (Compton-Wellenlänge), erfährt die korrespondierende Vierer-Ort-Komponente nur eine halbe Rotation.

Werden Feldstärke-Tensoren durch lineare Näherung und Spezialisierung der Christoffelsymbole definiert, folgt ein Zusammenhang zwischen den metrischen Komponenten $\mathbf{g}_{\mu 0}$, dem zeitartigen Anteil $\mathbf{R}_0$ des Vierer-Vektors und dem **U1**-Eichfeld. Sowohl Metrik als auch Ableitungen des Eichfelds folgen prinzipiell aus derselben skalaren Funktion.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung/Motivation

Die Quantentheorie und Allgemeine Relativitätstheorie scheinen unvereinbar zu sein. Da Quantisierungsversuche der ART auf Ebene von Metrik, Christoffelsymbolen oder Einstein-Gleichung nach allen bekannten Veröffentlichungen zu keinen Ergebnissen führen, soll zunächst das Verhältnis dieser Größen zur quantenmechanischen Grundgleichung analysiert werden.

Der einfachste und tatsächlich ganz allgemein auftretende Zusammenhang in der Quantenmechanik führt Energien und Impulse als lineare Ableitungen einer Wellengleichung dar. Dabei tritt ein Proportionalitätsfaktor auf: das Plancksche Wirkungsquantum. Impulse sind Produkt dieses Faktors mit einer Wellenzahl k, Energien mit einer Kreisfrequenz. Ein direkter Vergleich führt zur Lichtgeschwindigkeit als Umrechnungsfaktor.

Die ART basiert auf der Einstein-Gleichung, die eine Proportionalität zwischen intrinsischer Krümmung der Raumzeit und dem Energie-Impuls-Dichte-Tensor herstellt. Diese zentrale Gleichung entspricht einer tensoriellen Erweiterung der Größen Divergenz und Rotation von Vektor-Feldern, ganz allgemein kann sie als tensorielle Wellengleichung verstanden werden.

Christoffelsymbole und Metrik sind hingegen Lösungen dieser Theorie, gemäß der Frage, welche Felder erfüllen diese zentrale Wellen-Gleichung. Die Christoffelsymbole entsprechen Beschleunigungen in der ART, die Metriken sind verallgemeinerte Potentiale.

Nun zeigt sich, dass Metriken in den bekannten Fällen wie der newtonschen Näherung schwacher Felder tatsächlich nicht etwa irgendwelchen Dichtefunktionen proportional sind, sondern Gesamt-Energien! Durch einige Rechnungen zeigt sich, dass Volumenintegrale über Komponenten des Energie-Impuls-Dichte-Tensors eben diesen Quellen-Ausdrücken entsprechen können, insbesondere soweit linear approximiert werden kann.

Da stellt sich die Frage: Metriken sind als Lösungen der ART Energien und Impulsen proportional. Das bedeutet, dass sie faktisch durch zweifaches Integrieren aus der Einstein-Gleichung folgen. Die Quantenmechanik findet dieselben Größen aber als Lösungen durch Ableitungsoperatoren. Wo ist der Zusammenhang?

Um die Frage zu klären soll folgende Überlegung angestellt werden:

Wann ist ein Volumenintegral über die räumliche Divergenz eines Wellenfeldes direkt einer Wellenzahl proportional?

2 Zusammenhangsbildung zwischen Einstein-Tensor und linearer Quantenmechanik

Aus der Quantenmechanik folgt eine einfache Invarianz. Das Produkt von quantisiertem Impuls und Ort, oder quantisierter Energie und Zeit entspricht immer dem Wirkungsquantum. Hier folgt der Zusammenhang für die korrelierenden Wellengrößen:

$$\frac{\lambda}{2\pi} \cdot p = \frac{T}{2\pi} \cdot E = \hbar = invariant$$

Als erster Ansatz soll gelten, dass ein Vierer-Volumen-Integral über eine Energiedichte oder eben eine intrinsische Krümmung diese Invarianz ebenfalls erfüllt.

$$\int \sqrt{-\det(g)} \cdot W(x,y,z,t) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot c \cdot dt = \hbar \cdot c$$

Dann entspricht ein einfaches Volumenintegral allgemein:

$$\frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \int \sqrt{-\det(g)} \cdot W(x,y,z,t) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot c \cdot dt = \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \hbar \cdot c$$

Prinzipiell folgt hier ein allgemeiner Vierer-Vektor aus der Behandlung einer einzigen Tensorkomponente. Im quantenmechanischen Kontext sind diese Ableitungen nach x^{μ} energetische Eigenwert-Vektoren, was in den folgenden Abschnitten weiter ausgeführt wird.

Zunächst soll nur die Ableitung nach der Zeit betrachtet werden, was auf eine Energie führt.

$$\int \sqrt{\frac{\det(g)}{g_{00}}} \cdot W(x,y,z,t) \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \frac{\partial}{\partial x^{0}} \hbar \cdot c = \hbar \cdot c \cdot k_0$$

3 Die Planckfläche als geometrisches Analogon des Wirkungsquantums in der ART

Um den Zusammenhang zur Geometrie herzustellen, wird jetzt über die Einstein-Konstante die Energie-Dichte in ein Krümmungs-Skalar umgerechnet.

$$\int \sqrt{\frac{\det(g)}{g_{00}}} \cdot \frac{R(x,y,z,t)}{k} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \frac{\partial}{\partial x^{0}} \hbar = \hbar \cdot c \cdot k_0$$

Umgestellt führt dies auf

$$\int \sqrt{\frac{\det(g)}{g_{00}}} \cdot R(x,y,z,t) \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \hbar \cdot c \cdot k_0$$

$$\int \sqrt{\frac{\det(g)}{g_{00}}} \cdot R(x,y,z,t) \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \hbar \cdot c \cdot \frac{8\pi\gamma}{c^4} \cdot k_0$$

$$8\pi \cdot \frac{\hbar\gamma}{c^3} \cdot k_0 = 8\pi \cdot L_p^2 \cdot k_0$$

Auf Seite der Geometrie folgt ohne weitere Zusatzannahmen die sogenannte Planckfläche als elementare Größe zur Beschreibung quantenmechanischer Größen in einer rein geometrischen Theorie.

Weiterhin ergibt diese ganze Argumentation nur dann Sinn, wenn man Elementar-Teilchen eine innere Struktur zugesteht, was jetzt aber eine geometrische Struktur sein muss!

Unter Annahme einer Radialsymmetrie, entspricht das Volumenintegral gerade dem Schwarzschild-Radius eines Teilchens und so dem Quellterm in der Schwarzschild-Metrik!

$$\int \sqrt{g_{rr} \cdot g_{\theta\theta} \cdot g_{\varphi\varphi}} \cdot R(r,\theta,\varphi,t) \cdot dr \cdot d\theta \cdot d\varphi = 8\pi \cdot L_p^2 \cdot k_0$$

$$\int \sqrt{g_{rr}} \cdot R(r,\theta,\varphi,t) \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot dr = 8\pi \cdot L_p^2 \cdot k_0$$

$$\int \sqrt{g_{rr}} \cdot R(r,\theta,\varphi,t) \cdot r^2 \cdot dr = R_s = 2 \cdot L_p^2 \cdot k_0$$

Die Nichtlinearität der allgemeinen Tensorrechnung wurde hier vorerst nicht behandelt!

Dass die Planckfläche in vierdimensionalen Sinn eine Invariante darstellt erscheint nun nicht verwunderlich, ist sie doch ausschließlich Naturkonstanten proportional. Zumindest gibt es vorerst keine Hinweise auf eine Abweichung. Die Quantenmechanik selbst hat eine rein lineare Struktur, außerdem sind die Massen aller bekannten Elementarteilchen dermaßen gering, dass auch auf empirischer Seite keine Abweichungen zu erwarten sind (Was Kernkräfte und elektrische Ladung nicht einbezieht, dazu später!). Das erlaubt auch hier, vorerst linear zu approximieren und das Problem dieses Integrals auf das Integral einer gewöhnlichen Wellengleichung zu reduzieren.

Der typische, einfach inverse Zusammenhang in der Quantenmechanik wäre hier die lineare Approximation für große Abstände r bzw. große Wellenlängen. Der resultierende Schwarzschildradius ist wie erwartet immer kleiner als die Plancklänge, es sei denn, die Wellenzahl entspricht gerade der inversen Plancklänge. Das bedeutet aber lediglich, dass die Metrik durch ein Elementarteilchen niemals zu lichtartigen Verhältnissen führt. In dieser Näherung müsste ein Teilchen tatsächlich mindestens die Planckmasse haben.

Für makroskopische Massen ist der Ansatz dann voraussichtlich nicht mehr anwendbar.

Wann ergibt ein räumliches Integral über eine gewöhnliche Wellengleichung nun den linearen Zusammenhang der Quantenmechanik? Die Frage ist schnell gelöst. Wird eine lineare Wellengleichung vorausgesetzt, deren Phasen lediglich linear mit den Koordinaten zusammenhängen, muss eine Energiedichte-Verteilung vorliegen, die mit der vierten Potenz einer Wellenzahl wächst:

$$\int R(x,y,z,t)\cdot dx\cdot dy\cdot dz \sim \int k_0^4\cdot e^{-k_0\cdot x^{\mu}}\cdot dx\cdot dy\cdot dz \sim k_0$$

Auch die fehlende Proportionalitätskonstante ist bereits bekannt, denn die doppelte Planckfläche muss jetzt auf beiden Seiten in Erscheinung treten:

$$\int R(x,y,z,t)\cdot dx\cdot dy\cdot dz = \int 2\cdot L_p^2\cdot k_0^4\cdot e^{-k_0\cdot x^{\mu}}\cdot dx\cdot dy\cdot dz = R_S(k_0)$$

Vereinfacht muss eine Metrik ganz allgemein mit $1/r^2$ fallen um eine Approximation dieser Art zu erfüllen. Damit ist eine Grenzfunktion:

$$g_{00}(r \gg L_p) = 1 - \frac{C_{lin}}{r^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x^{\mu}}\frac{-C_{lin}}{r^2} = \frac{2C_{lin}}{r^4}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$div\frac{-C_{lin}}{r^2} = \frac{-4C_{lin}}{r^6}r^2 + \frac{6C_{lin}}{r^4}$$

$$div\frac{-C_{lin}}{r^2} = \frac{2C_{lin}}{r^4}$$

$$\int G_{00}(r)r^2 dr = \int \frac{-2C_{lin}}{r^2}dr = \frac{-2C_{lin}}{r}$$

$$-2\cdot\frac{L_p^2}{r} = \frac{-2C_{lin}}{r}$$

$$-2\cdot\frac{L_p^2}{r} = -\frac{2C_{lin}}{r}$$

$$C_{lin} = L_p^2$$

Der Ansatz geht offensichtlich nur auf, wenn die Planckfläche als invariantes Maß die Geometrie entscheidend prägt!

Nun geht es in der Quantenmechanik immer um lineare Wellenfunktionen und auch im Einsteintensor tritt hier vorläufig ausschließlich eine Wellenzahl auf. Kann eine Wellenfunktion die Approximation erfüllen, unter der Annahme, dass das Feld im reellen Raum abklingt? (Einbeziehung imaginärer Wellenzahlen)

$$g_{00} = 1 - L_p^2 k^2 e^{i\omega t - kr}$$

$$\frac{\partial}{\partial x^{\mu}} g_{00} = \frac{\frac{1}{2} L_p^2 k^3}{r} e^{i\omega t - kr} \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \\ 2z \end{pmatrix} = \frac{L_p^2 k^3}{r} e^{i\omega t - kr} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$div(g_{00}) = -1 \frac{L_p^2 k^3}{r} e^{i\omega t - kr} - L_p^2 k^4\, e^{i\omega t - kr} + 3 \frac{L_p^2 k^3}{r} e^{i\omega t - kr}$$

$$div(g_{00}) = \left(2 \frac{L_p^2 k^3}{r} - L_p^2 k^4 \right) e^{i\omega t - k}$$

An beiden Integrationsgrenzen geht das Integral gegen Null, liefert aber ein absolutes nichtzentrales Maximum.

$$R_s = \int \left(2 \frac{L_p^2 k^3}{r} - L_p^2 k^4 \right) e^{i\omega t -} \quad r^2 dr = L_p^2 k^3 r^2 e^{i\omega t - kr}$$

$$\acute{R_s} = -L_p^2 k^3 r (kr - 2) e^{i\omega t - kr} = 0$$

$$r = 2/k$$

$$\widehat{R_s} = L_p^2 k^3 \left(\frac{4}{k^2} \right) e^{i\omega t \quad (2/k)} = 4 L_p^2 k e^{-2} = 0{,}54134113\ L_p^2 k$$

Die richtige Proportionalität ist gegeben, doch der resultierende Amplitudenfaktor ist nicht interpretierbar. Es ist zu erwarten, dass dieses Problem im vollen Einsteintensor auch auftritt, denn der obige Ansatz ist sein linearer Grenzfall. Es wird also ein anderer Ansatz benötigt.

Um einen eindeutigen Zusammenhang zu garantieren, müssten die Exponenten linear von den Koordinaten abhängen. Dies ist aber nur gegeben wenn die zugrundeliegende Metrik einer allgemeinen Wellenfunktion vom Typ

$$g_{00} = 1 - L_p^2 {k_0}^2 e^{i(\omega t - k_{\mu} x^{\mu})}$$

folgt. Daraus folgt jetzt eine erweiterte Wellengleichung, denn die Wellenzahl k_0 kann nur aus einer zeitlichen Ableitung im Sinne einer zusätzlichen Phasenverschiebung folgen.

Eine erweiterte lineare Wellengleichung für gravitative Vorgänge entspricht wie gewohnt

$$\Box g_{00} = \frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} g_{00} + \frac{\partial^2}{c^2 \partial t'^2} g_{00} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} g_{00} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} g_{00} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} g_{00} = 0$$

Die Ableitungen nach Zeit und gestrichener Zeit müssen aufgrund identischer Richtung dasselbe Vorzeichen aufweisen. Dann folgt ein erweiterter Zusammenhang zwischen Kreis-Frequenz und Kreiszahl im Sinne einer Dispersionsrelation:

$$\frac{\omega_0'^2}{c^2} + \left(k_0^2 - k_x^2 - k_y^2 - k_z^2 \right) = 0$$

$$\omega_0'^2 (k_{\mu}) = -c^2 \left(k_0^2 - k_x^2 - k_y^2 - k_z^2 \right)$$

Wird stattdessen die Grundfrequenz eingesetzt und nach der Lichtgeschwindigkeit aufgelöst folgt

$$c'^2 = \frac{-\omega_0^2}{\left(k_0^2 - k_x^2 - k_y^2 - k_z^2\right)}$$

$$c'^2 = c^2 \frac{-k_0^2}{\left(k_0^2 - k_x^2 - k_y^2 - k_z^2\right)}$$

$$c'^2 = -c^2 \frac{1}{\left(1 - \frac{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}{k_0^2}\right)}$$

$$\frac{c'}{c} = i \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}{k_0^2}\right)}}$$

was abgesehen von einem imaginären Faktor sofort an eine Lorentztransformation erinnert.

Es ist leicht ersichtlich, dass diese Relation nur für massebehaftete Teilchen gültig sein kann, die Ursache liegt jedoch mathematisch in der Betrachtung der rein zeitlichen Phasenverschiebung einer raumzeitlich dynamischen Geometrie.

Masselose Vorgänge folgen für verschwindende Phasenverschiebung über die gestrichene Zeitkoordinate.

$$\omega'^2 \left(k_\mu\right) = c^2\left(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2\right)$$

Und unbewegte, das heißt, Teilchen in ihrem Ruhesystem, folgen sofort für verschwindende räumliche Wellenzahlen:

$$\omega'^2_0 = -c^2 k_0^2$$

Man kann nun folgern, dass solche Vorgänge mit imaginären Wellenzahlen zusammenhängen. Das würde allerdings bedeuten, dass bei Projektion in den reellen Raum keine wellenartigen sondern exponentiell abklingende Feldfunktionen vorliegen. Das wäre eine Begründung für die grundlegende Annahme einer exponentiell abklingenden Metrikstörung.

4 Rückführung der Metrik auf natürliche Basisvektoren

Nun muss die quadratische Wellenzahl bereits in der Metrik auftreten. Man könnte dies dahingehend interpretieren, dass die Metrik eine abgeleitete Funktion darstellt. Ein Vierbein-Formalismus bietet sich an, eine Stamm-Funktion zu bestimmen:

$$\sqrt{g_{00}} = e_0 = \sqrt{1 - L_p^2 k^2 e^{i(\omega t - k_\mu x^\mu)}}$$

$$e_0 = 1 - de \rightarrow (1 - de)^2 \rightarrow (1 - 2de + de^2) \approx (1 - de^2)$$

$$de_0 = L_p\, k e^{i\frac{1}{2}(\omega t - k_\mu x^\mu)}$$

Nun lässt sich ein Vier-Bein tatsächlich durch kovariante Ableitung eines Vierer-Ortsvektors gewinnen, bzw. ganz allgemein von Geodäten.

$$e_\mu^i = \frac{\partial}{\partial x^i} R_\mu$$

Dann kann die Störung der zeitartigen Metrik als Störung eines diskreten Raumes mit einer gewissen Dynamik beschrieben werden: Ein Raum sei ganz einfach auf Basis von Abständen diskretisiert. Punkte liegen jeweils eine Plancklänge auseinander. Um die beschriebene Metrik zu interpretieren muss nun davon ausgegangen werden, dass diese Punkte um ihre „Ruhelage" schwingen können. Die Metrik folgt dann – und nur dann! – wenn die relativen Abstände von Punkt zu Punkt zu einer Phasenverschiebung führen:

$$e_\mu^i = \frac{\partial}{\partial x^i} L_p \cdot \left(\frac{i\left(n + e^{i\frac{1}{2}(\omega t - \quad {}_\mu x^\mu)}\right)}{N_r} \right)$$

$$e_0^0 = i\frac{L_p}{L_p} - L_p\, i\left(i\frac{1}{2}k_0\right) e^{i\frac{1}{2}(\omega t - k_\mu x^\mu)}$$

$$e_0^0 = i - i\left(i\frac{1}{2}L_p\, k_0\right) e^{i\frac{1}{2}(\omega t - k_\mu x^\mu)}$$

Da nun imaginäre Faktoren eine Rolle spielen muss die Metrik aus Produkt von komplexer und konjugiert komplexer Zahl folgen.

$$e_0^0 e_0^{0^*} = i\left(1 - i\left(\frac{1}{2}L_p\, k_0\right) e^{i\frac{1}{2}(\omega t - k_\mu x^\mu)}\right) * i\left(1 + i\left(\frac{1}{2}L_p\, k_0\right) e^{i\frac{1}{2}(\omega t - k_\mu x^\mu)}\right)$$

$$g_{00} = e_0^0 e_0^{0^*} = -\left(1 - \left(\frac{1}{2}L_p\, k_0\right)^2 e^{i\frac{1}{2}(\omega t - \quad {}_\mu x^\mu)}\right)$$

Um den Ansatz für die Metrik exakt zu erfüllen, muss der Störterm des Vierbein-Ansatzes reskaliert werden:

$$e_\mu^i = \frac{\partial}{\partial x^i} L_p \cdot \left(\frac{i\left(n + 2e^{i\frac{1}{2}(\omega t - k_\mu x^\mu)}\right)}{N_r} \right)$$

Der einfachste Weg bewegte Masse zu beschreiben, führt nun über die vierdimensionale Ränderung $\mathbf{T_{0\mu}=T_{\mu 0}}$ des Energie-Impuls-Tensors. Wie die ART zu erweitern ist um letztlich die Dirac-Gleichung zu reproduzieren wird in einer späteren Arbeit behandelt. Allerdings kann die Metrik hier bereits erweitert werden. Die eingeführte Störung des vierdimensionalen Ortsvektors liefert eine erweiterte Metrik und diese führt in der linearen Näherung sofort zu einem erweiterten Einstein-Tensor:

$$g_{\mu v} = \eta_{ij} e_\mu^i e_v^{j*}$$

$$g_{\mu\mu} \sim diag(-k_0^2, 1,1,1)$$

$$g_{0\mu} = g_{v0} \sim 1k_\mu$$

$$T_{00} \sim \Box g_{00}$$

$$T_{0\mu} = T_{\mu v} \sim \Box g_{0\mu}$$

Somit werden alle energetischen Zusammenhänge auf geometrische Formen reduziert.

Die Quantenmechanik betont als Lösungen nun immer Teilchen. Die Energien und Impulse sind endlich obwohl zugrundeliegende Wellengleichungen theoretisch unendlich ausgebreitet sein können. Die Ableitungen der Wellengleichungen sind zwar messbare Größen, doch die Amplitude der eigentlichen Welle hängt mit Wahrscheinlichkeiten zusammen.

Der gewählte Ansatz für eine geometrische Lösung liefert unter denselben Umständen – ebene Wellen unendlicher Ausbreitung – eine unendliche Energie. Es muss also davon ausgegangen werden, dass in einem „Teilchen-Modell" die metrische Amplitude in jeder Richtung in irgendeiner Form abnimmt. Da hier ebenfalls von einer ebenen Welle ausgegangen wird, könnte die zugrundeliegende Wellenfunktion sehr einfach modifiziert werden: die Amplitude klinge exponentiell in Abhängigkeit derselben Wellenzahl ab und dies für jede Richtung.

Dann kann, endliche Divergenz vorausgesetzt, auf eine endliche Energie geschlossen werden und eine ebene Welle muss als Überlagerung vieler „Teil"-Wellen interpretiert werden.

Vorübergehend wird nur der Wellenaspekt betrachtet. Dann hängen Divergenz und Metrik über den Raumanteil einer typischen Wellengleichung zusammen. Dann folgt für die Metrik allerdings:

Int Int div(g) = g = 2*Lp^2*k^2*exp()

Da zwischen Metrik und Felddivergenz, einfach ausgedrückt, nur zwei Ableitungen liegen, muss folgen, dass die Metrik bereits quadratisch von einer Wellenzahl abhängt.

Kann daher die Metrik als Ableitung einer übergeordneten Gleichung verstanden werden?

Der diskrete Vierbein-Formalismus

3 Lösungsklassen: Skalar-, Vektor- und Tensor-Wertigkeit in Metrik-Komponenten

Drehimpuls-Übertrag: Geometrie ganzzahliger Spins! Exemplarisch für Spin 1:

Einfaches Teilchen-Modell (einmaliger Beweis: Volumen-Integral über Dichten=Quellterm der Metrik)

Erweiterung auf nichtlineare Zusammenhänge.